

## İÇ YÜZEY SICAKLIĞI PERİYODİK OLARAK DEĞİŞEN KALIN CİDARLI TÜPLERDE TERMOELASTİK GERİLME DAVRANIŞI: ANALİTİK ÇÖZÜM

Ahmet N. Eraslan<sup>1</sup> ve Tunç Apatay<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mühendislik Bilimleri, O.D.T.Ü., Ankara

<sup>2</sup>Makina Mühendisliği Bölümü, Gazi Üniversitesi, Ankara

### ABSTRACT

In this study, thermoelastic behaviour of the tubes subjected to periodic surface temperature at the inner surface is investigated analytically. The tube is initially at zero temperature and for the times greater than zero, inner surface of the tube is subjected to temperature that periodically decays eventually to zero while the outer surface is insulated. The tube is assumed to be under the generalized plane strain case. Tresca's yields criteria is used to decide whether the yielding will start or not. The temperature distribution of the tube is obtained by the solution of the heat conduction equation by the application of Duhamel's theorem. It is seen that yielding always occurs at the inner surface. It is also observed that, depending on the material properties of the tube and the amplitude of the boundary condition yielding may commence with different stress states.

### ÖZET

Bu çalışmanın amacı iç yüzeyinde zamanla değişen sıcaklık sınır şartına maruz tüplerin termoelastik davranışını analitik olarak belirlemektir. Tüpün başlangıç anındaki sıcaklığı sıfır olup iç yüzeyi zamanla sönümlenen sıcaklık etkisindeyken dış yüzeyi yalıtılmıştır. Tüp, genelleştirilmiş düzlem birim şekil değiştirme durumu geçerli olacak şekilde uzun olarak kabul edilmiştir. Akma başlangıcını belirleyen elastik limit değerleri için Tresca kriteri kullanılmıştır. Tüp içerisindeki sıcaklık dağılımı, ısı transferi denkleminin Duhamel teoremi yardımıyla çözülmesiyle elde edilmiştir. Akmanın daima tüpün iç yüzeyinde başladığı, ayrıca malzeme ve sıcaklık fonksiyonunun şiddetine bağlı olarak farklı formlarda gerilme durumlarına göre gerçekleşebileceği görülmüştür.

### GİRİŞ

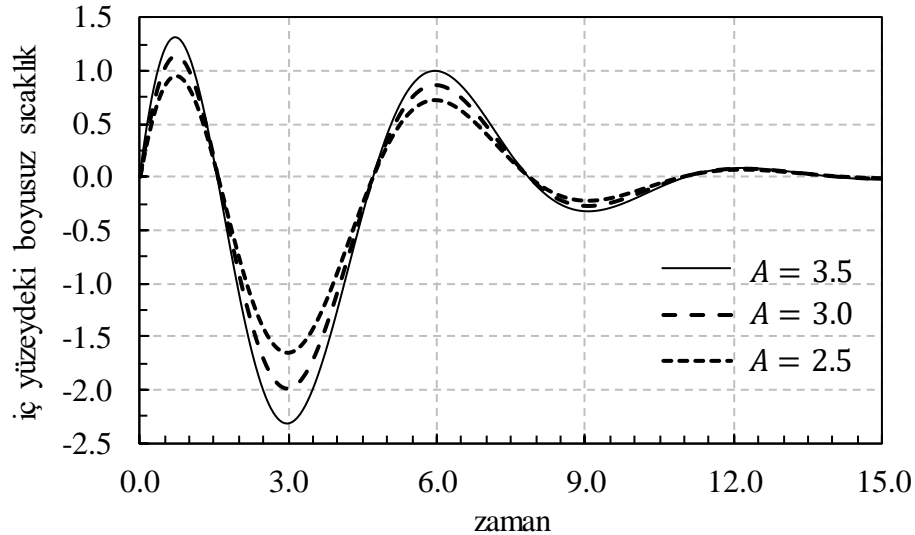
Silindirik makine elemanları mühendislik uygulamalarında sıklıkla kullanılan temel elemanlar arasındadır ve bu elemanlar uygulamada sıklıkla sıcaklık etkisi altında çalışmaktadırlar. Bazı uygulamalarda ise sıcaklık periyodik olarak zamanla değişmektedir. Örnek olarak nükleer ve kimyasal reaktörler, lazerle ısıtma uygulamaları ve ısı değiştiriciler gösterilebilir [1-3]. Bu elemanların elastik ve elastik limit davranışlarının bilinmesi tasarım ve maliyet açısından oldukça önemlidir. Bu elemanların sıcaklık dağılımları belirlenirken ısı transferi problemlerinin çözümünde sıklıkla kullanılan matematiksel metot parametrelerin değişimi metodudur. Ancak sıcaklık sınır şartının zamanla değiştiği uygulamalarda problemin çözümünde parametrelerin değişimi metodu doğrudan uygulanamaz. Bunun için araştırmacılar Laplace dönüşümleri, Fourier dönüşümleri, Hankel dönüşümleri ve Duhamel teoremi gibi metotlardan yararlanmaktadırlar.

Silindirik makine elemanlarından uygulamada en sık kullanılanı geometri uzun silindirler ve tüplerdir. Literatürde tüpler içerisinde sıcaklık sınır şartlarının farklı türde fonksiyonlarla değiştiği çalışmalardan bazıları aşağıda özetlenmiştir. Kandil ve arkadaşları [4] iç yüzeyinde periyodik olarak değişen sıcaklık etkisindeki kalın cidarlı tüplerin termoelastik davranışlarını sonlu farklar metodu kullanarak incelemiştir. Kandil [5] benzer çalışmayı iç yüzeye periyodik basınç ekleyerek geliştirmişlerdir. Segall [6] iç yüzeyinde üstel formda bir fonksiyonla değişen sıcaklık ile dış yüzeyinde konveksiyona maruz kalan tüplerin sıcaklık dağılımlarını Duhamel teoremi yardımıyla elde etmiştir. Mahmoudi ve Atefi [7] sonlu uzunlukta ve dış yüzeyinden yalıtılmış, iç yüzeyinden ise periyodik ısı yüküne maruz kalan tüplerin termoelastik davranışlarını incelemiştir. Lu ve arkadaşları [8] n-tabakalı kompozit silindirlerde iç ve dış yüzeyde zamana bağlı sıcaklık sınır şartını Fourier serileri şeklinde ele alarak silindirin sıcaklık dağılımını elde etmişlerdir. Radu ve arkadaşları [9] iç yüzeyinde sinüzoidal formda değişen ısı yük etkisindeyken dış yüzeyi sıfır sıcaklığında tutulan tüpler için Henkel dönüşümlerini kullanarak zamana bağlı sıcaklık dağılımı için analitik bir çözüm geliştirmişlerdir. Kaya ve Eraslan [10] bir yüzeyi sıcaklık çevrimi etkisinde iken diğer yüzeyi yalıtılmış tüplerde termal gerilme dağılımlarını analitik olarak elde etmişlerdir.

Bu çalışmanın amacı iç yüzeyi periyodik olarak zamanla sönümlenerek değişen sıcaklık etkisindeki tüplerin termoelastik davranışını analitik olarak belirlemektir. Tüp, genelleştirilmiş düzlem birim şekil değiştirme durumu geçerli olacak şekilde uzun olarak kabul edilmiştir. Plastik davranışın başlangıcını belirleyen elastik limit değerleri için Tresca kriteri kullanılmıştır.

### SICAKLIK DAĞILIMI

Başlangıç anında sıfır sıcaklığa sahip olan iç yarıçapı  $a$  ve dış yarıçapı  $b$  olan tüpün iç yüzeyi boyutsuz formu  $F(\tau) = A\tau e^{-\tau/2} \cos \tau$  şeklinde zamanla sönümlenen bir fonksiyona bağlı olarak değişmekteyken dış yüzeyi yalıtılmıştır. Burada  $\tau$ ,  $\alpha_T t / b^2$  şeklinde normalize edilmiş zamanı ifade etmektedir.  $A$  fonksiyonun genliğini belirleyen bir sabit olup  $\alpha_T$  malzemenin ısı yayılma katsayısıdır. Şekil 1’de bu fonksiyona bağlı olarak farklı  $A$  değerleri için iç yüzeyde sıcaklığın zamanla değişimi görülmektedir.



Şekil 1. İç yüzey sıcaklığının zamanla değişimi

Tüpün sıcaklık dağılımı, boyutsuz formda radyal koordinat için aşağıdaki şekilde yazılan ısı transferi probleminin çözümüyle elde edilir [1]:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2}; \quad \bar{a} < \bar{r} < 1, \quad \tau > 0, \quad (1)$$

Başlangıç ve sınır şartları ise

$$\begin{aligned}\bar{T}(\bar{a}, \tau) &= F(\tau), \quad \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=1} = 0, \quad \tau > 0, \\ \bar{T}(\bar{r}, 0) &= 0, \quad \bar{a} \leq \bar{r} \leq 1,\end{aligned}\quad (2)$$

şeklinde yazılır. Burada  $T_0$  referans sıcaklığını göstermek üzere  $\bar{T} = T/T_0$  boyutsuz sıcaklığı,  $\bar{r} = r/b$  ise boyutsuz radyal koordinatı ifade etmektedir. Homojen olmayan sınır şartı  $F(\tau)$  nedeniyle problem değişkenlerin ayrılması metoduyla çözülemez. Bu nedenle çözüm Duhamel teoremi kullanılarak aşağıdaki elde edilmiştir [1]:

$$\bar{T}(\bar{r}, \tau) = \int_0^\tau F(\beta) \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi(\bar{r}, \tau - \beta) d\beta. \quad (3)$$

Burada  $\Phi(\bar{r}, \tau)$ , aşağıdaki yardımcı problemin çözümünü ifade etmekte olup  $Y(\bar{r}, \tau)$  zamana bağlı ve  $Z(\bar{r})$  zamandan bağımsız iki fonksiyonun toplamıdır;

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \bar{r}^2}; \quad \bar{a} < \bar{r} < 1, \quad \tau > 0, \quad (4)$$

$$\Phi(\bar{a}, \tau) = 1, \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=1} = 0, \quad \tau > 0,$$

$$\Phi(\bar{r}, 0) = 0, \quad \bar{a} \leq \bar{r} \leq 1. \quad (5)$$

$\Phi(\bar{r}, \tau) = Y(\bar{r}, \tau) + Z(\bar{r})$  ifadesinin (4) nolu denklemde yerine yazılmasıyla

$$\frac{\partial Y}{\partial \tau} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial Y}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 Y}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{dZ}{d\bar{r}} + \frac{d^2 Z}{d\bar{r}^2}; \quad \bar{a} < \bar{r} < 1, \quad \tau > 0, \quad (6)$$

şeklinde elde edilen denklem süperpozisyon metoduyla zamana bağlı ve zamandan bağımsız iki kısma ayrılarak çözüldüğünde  $Y(\bar{r}, \tau)$  ve  $Z(\bar{r})$  aşağıdaki gibi elde edilir:

$$Z(\bar{r}) = 1, \quad (7)$$

ve

$$Y(\bar{r}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2 \tau} [J_0(\lambda_n \bar{r}) Y_1(\lambda_n a) - J_1(\lambda_n a) Y_0(\lambda_n \bar{r})] \quad (8)$$

Buna göre yardımcı problemin çözümü şu şekilde yazılır:

$$\Phi(\bar{r}, \tau) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2 \tau} [J_0(\lambda_n \bar{r}) Y_0(\lambda_n a) - J_0(\lambda_n a) Y_0(\lambda_n \bar{r})] \quad (9)$$

Burada  $J_0$  ve  $J_1$  sırasıyla birinci tür sıfırncı ve birinci dereceden Bessel fonksiyonları,  $Y_0$  ve  $Y_1$  ise sırasıyla ikinci tür sıfırncı ve birinci dereceden Bessel fonksiyonları olup,  $\lambda_n (n = 1, 2, \dots)$  ise  $J_0(\lambda_n a) Y_1(\lambda_n) - J_1(\lambda_n) Y_0(\lambda_n a) = 0$  denkleminin kökleridir.  $C_n$  sabit olup sınır şartı ile ilişkili  $Y(\bar{r}, 0) = -1$  bağıntısı yardımıyla hesaplanır.

Böylece (3) numaralı denklem ile tüp içerisindeki sıcaklık dağılımı

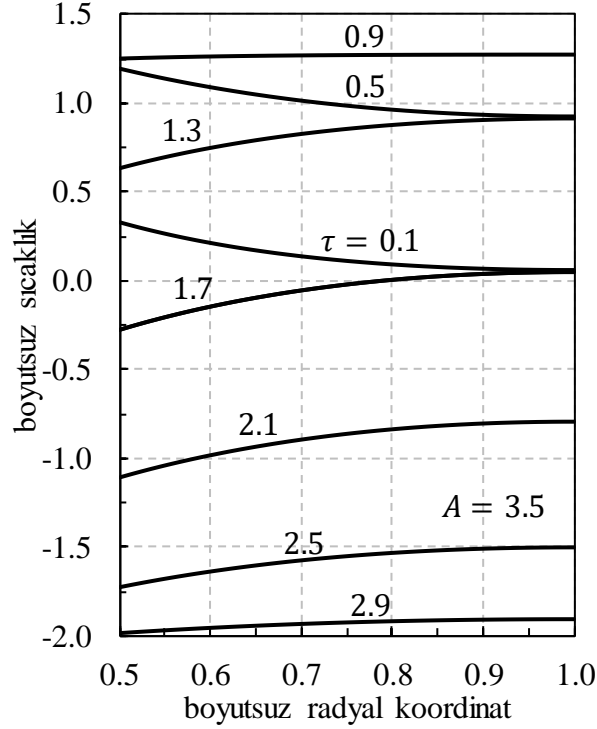
$$\bar{T}(\bar{r}, \tau) = - \sum_{n=1}^{\infty} C_n \lambda_n^2 [J_0(\lambda_n \bar{r}) Y_0(\lambda_n a) - J_0(\lambda_n a) Y_0(\lambda_n \bar{r})] \int_0^\tau e^{-\lambda_n^2 (\tau - \beta)} \frac{dF(\beta)}{d\beta} d\beta \quad (10)$$

şeklinde elde edilir. Kısmi integrasyon işlemi ve  $F(0) = 0$  başlangıç şartının uygulanması ile

$$\bar{T}(\bar{r}, \tau) = F(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n [J_0(\lambda_n \bar{r}) Y_0(\lambda_n a) - J_0(\lambda_n a) Y_0(\lambda_n \bar{r})] \int_0^{\tau} e^{-\lambda_n^2(\tau-\beta)} \frac{dF(\beta)}{d\beta} d\beta \quad (11)$$

şeklinde yazılır.

Şekil 2’de başlangıç anından itibaren belli bir süre boyunca,  $0 < \tau \leq 2.9$ , silindir içerisinde sıcaklık dağılımının zamanla değişimi gösterilmiştir. Beklendiği gibi iç yüzey sıcaklığındaki değişime bağlı olarak sıcaklık dağılımının salınımı bu grafikte gözlenmektedir.



Şekil 2. Sıcaklık dağılımının zamanla değişimi,  $A=3.5$

### ELASTİK ÇÖZÜM

Tüp içerisindeki sıcaklık dağılımı zamanla değişmektedir, dolayısıyla tüm gerilme bileşenleri ve radyal yer değiştirme de zamana bağlı olarak değişmektedir. Bu bölümdeki denklemlerde  $\bar{\sigma} = \sigma/\sigma_Y$  boyutsuz gerilmeyi,  $\sigma_Y$  tek eksenli çekme durumunda malzemenin akma gerilmesini,  $\bar{\epsilon} = \epsilon E/\sigma_Y$  boyutsuz birim şekil değiştirmeyi,  $E$  malzemenin elastisite modülünü,  $\bar{\alpha} = \alpha E T_0/\sigma_Y$  boyutsuz ısı genleşme katsayısını,  $\nu$  ise Poisson oranını ifade etmektedir. Silindirik koordinatlardaki denge denklemi [11,12],

$$\frac{d\bar{\sigma}_r}{d\bar{r}} + \frac{\bar{\sigma}_r - \bar{\sigma}_\theta}{\bar{r}} = 0, \quad (12)$$

genelleştirilmiş Hooke bağıntıları [11,12]

$$\bar{\epsilon}_r = \bar{\sigma}_r - \nu(\bar{\sigma}_\theta + \bar{\sigma}_z) + \bar{\alpha}\bar{T}, \quad (13)$$

$$\bar{\epsilon}_\theta = \bar{\sigma}_r - \nu(\bar{\sigma}_r + \bar{\sigma}_z) + \bar{\alpha}\bar{T}, \quad (14)$$

$$\bar{\epsilon}_z = \bar{\sigma}_r - \nu(\bar{\sigma}_r + \bar{\sigma}_\theta) + \bar{\alpha}\bar{T}, \quad (15)$$

ve  $\bar{\epsilon}_\theta = \bar{u}/\bar{r}$ ,  $\bar{\epsilon}_r = d\bar{u}/d\bar{r}$  uygunluk denklemlerinin birlikte kullanılmasıyla elastik problemin bünye denklemi radyal yer değiştirme cinsinden şu şekilde elde edilir:

$$\bar{r}^2 \frac{d^2 \bar{u}}{d\bar{r}^2} + \bar{r} \frac{d\bar{u}}{d\bar{r}} - \bar{u} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \bar{\alpha} \bar{r}^2 \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \quad (16)$$

Bu diferansiyel denklemin genel çözümü ise

$$\bar{u}(\bar{r}) = C_1 \bar{r} + \frac{C_2}{\bar{r}} + \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \frac{\bar{\alpha}}{\bar{r}} \int_{\bar{a}}^{\bar{r}} \eta \bar{T}(\eta, \tau) d\eta \quad (17)$$

şeklindedir. Genelleştirilmiş düzlem birim şekil değiştirme durumu için  $\bar{\epsilon}_z = \epsilon_0$ 'dır. Tüpün iç ve dış yüzeylerinde radyal gerilme bileşeni sıfırdır;  $\bar{\sigma}_r(\bar{a}) = \bar{\sigma}_r(1) = 0$ , ayrıca tüpün yeteri kadar uzun olduğu kabulüyle eksenel doğrultuda net kuvvet sıfırdır;  $\int \bar{\sigma}_z dA = 2\pi \int \bar{\sigma}_z \bar{r} d\bar{r} = 0$ . Bu şartların uygulanmasıyla problemin sabitleri aşağıdaki gibi belirlenir:

$$C_1 = \frac{\bar{\alpha}(1-3\nu)}{(\bar{a}^2-1)(\nu-1)} \int_{\bar{a}}^1 \bar{r} \bar{T}(\bar{r}, \tau) d\bar{r}, \quad (18)$$

$$C_2 = \frac{\bar{\alpha}^2 \bar{\alpha}(1+\nu)}{(\bar{a}^2-1)(\nu-1)} \int_{\bar{a}}^1 \bar{r} \bar{T}(\bar{r}, \tau) d\bar{r}, \quad (19)$$

$$\epsilon_0 = -\frac{2\bar{\alpha}}{(\bar{a}^2-1)} \int_{\bar{a}}^1 \bar{r} \bar{T}(\bar{r}, \tau) d\bar{r}. \quad (20)$$

Bu sabitlerin gerilme - yer değiştirme ifadelerinde yerine yazılmasıyla elastik çözüm tamamlanmış olur ve gerilme bileşenleri ile yer değiştirme ifadeleri şu şekilde yazılır:

$$\bar{\sigma}_r = \frac{\bar{\alpha}}{1-\nu} \left[ \frac{(\bar{r}^2 - \bar{a}^2)}{\bar{r}^2(1-\bar{a}^2)} \int_{\bar{a}}^1 \bar{r} \bar{T}(\bar{r}, \tau) d\bar{r} - \frac{1}{\bar{r}^2} \int_{\bar{a}}^{\bar{r}} \eta \bar{T}(\eta, \tau) d\eta \right], \quad (21)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{\bar{\alpha}}{1-\nu} \left[ \frac{(\bar{r}^2 + \bar{a}^2)}{\bar{r}^2(1-\bar{a}^2)} \int_{\bar{a}}^1 \bar{r} \bar{T}(\bar{r}, \tau) d\bar{r} + \frac{1}{\bar{r}^2} \int_{\bar{a}}^{\bar{r}} \eta \bar{T}(\eta, \tau) d\eta - \bar{T}(\bar{r}, \tau) \right], \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\bar{\alpha}}{1-\nu} \left[ \frac{2}{(1-\bar{a}^2)} \int_{\bar{a}}^1 \bar{r} \bar{T}(\bar{r}, \tau) d\bar{r} - \bar{T}(\bar{r}, \tau) \right], \quad (23)$$

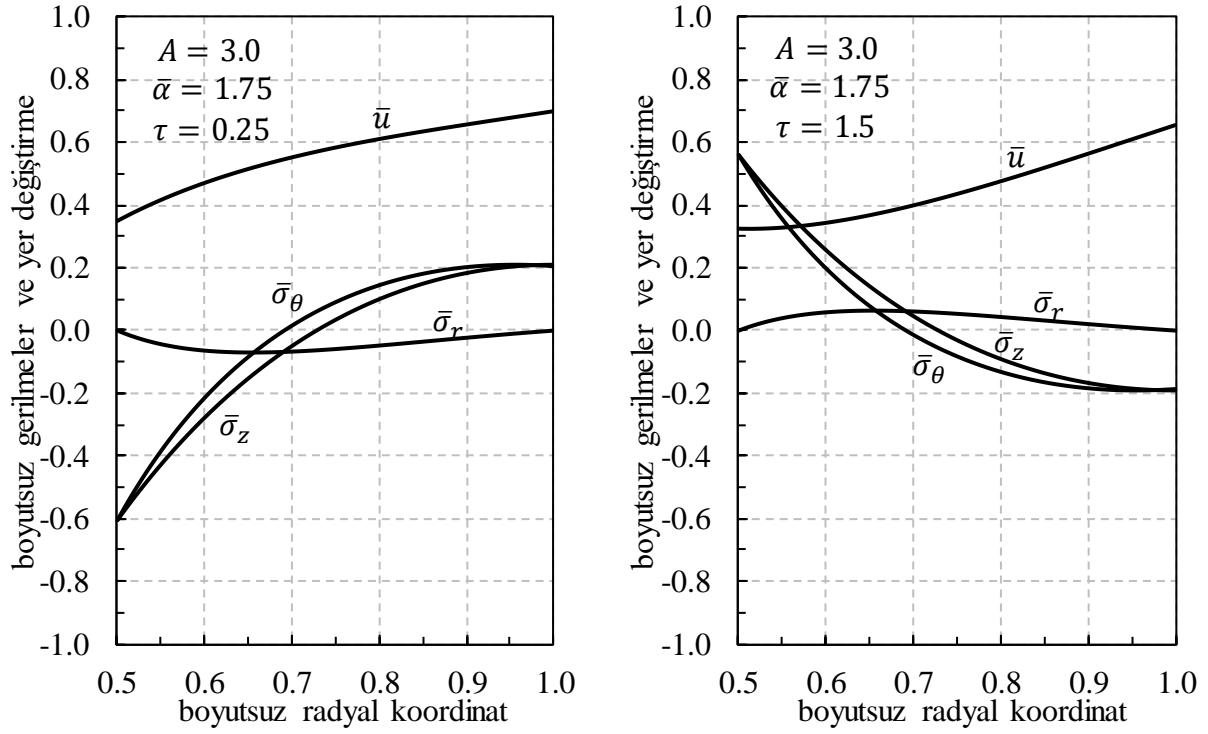
$$\bar{u} = \frac{\bar{\alpha}}{1-\nu} \left[ \frac{\bar{r}^2(1-3\nu) + \bar{a}^2(1+\nu)}{\bar{r}(1-\bar{a}^2)} \int_{\bar{a}}^1 \bar{r} \bar{T}(\bar{r}, \tau) d\bar{r} + \frac{1+\nu}{\bar{r}} \int_{\bar{a}}^{\bar{r}} \eta \bar{T}(\eta, \tau) d\eta \right]. \quad (24)$$

### SAYISAL SONUÇLAR

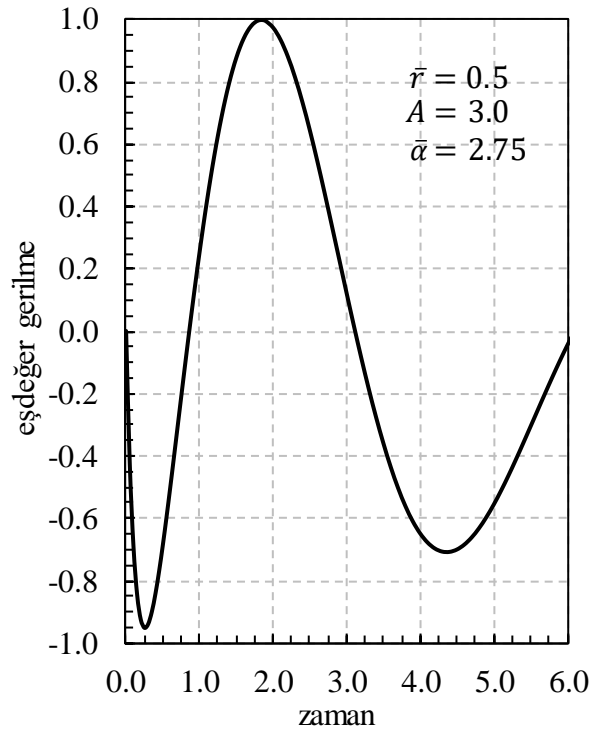
Bu bölümde sunulan sonuçlarda Poisson oranı  $\nu = 0.3$  ve silindir iç yarıçapı  $\bar{a} = 0.5$  olacak şekilde seçilmiştir. Tresca akma kriterine göre eşdeğer gerilme, en büyük ve en küçük asal gerilmeler arasındaki fark  $\bar{\sigma}_{es} = \bar{\sigma}_{maks} - \bar{\sigma}_{min}$  şeklinde tanımlanmıştır.

Şekil 3'de örnek olarak  $\tau = 0.25$  ve  $\tau = 1.5$  anlarında gerilme dağılımları verilmiştir. Şekil 3'de  $\tau = 0.25$  anındaki sabitler  $C_1 = 0.04986$ ,  $C_2 = 0.16204$  ve  $\epsilon_0 = 0.69805$  olarak hesaplanmıştır. Bu değerler  $\tau = 1.5$  iken  $C_1 = 0.04669$ ,  $C_2 = 0.15176$  ve  $\epsilon_0 = 0.65376$  şeklindedir. Gerilme dağılımları incelendiğinde maksimum ve minimum gerilme arasındaki farkın daima tüpün iç yüzeyinde olduğu görülmektedir. Dolayısıyla malzeme türüne de bağlı olarak yeterli sıcaklık uygulandığında tüpte akmanın başlayacağı konum iç yüzeydir. Şekil 3 incelendiğinde akma başlangıcında iç yüzeyde  $\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_\theta (= \bar{\sigma}_z)$  veya  $\bar{\sigma}_\theta (= \bar{\sigma}_z) > \bar{\sigma}_r$  şeklinde iki farklı gerilme durumu olabileceği görülmektedir. Şekil 4'de  $A = 3$  ve  $\bar{\alpha} = 2.75$  alınarak tüpün iç yüzeyinde eşdeğer gerilmenin zamanla değişimi gösterilmiştir. Grafik incelendiğinde tepe noktaları olan  $\tau = 0.256$  ve  $\tau = 1.839$  zamanlarında iki farklı gerilme durumuna göre akma başlangıcına ulaşılabilir. Bu davranışları belirleyen  $A$  ve  $\bar{\alpha}$  değerleri Şekil 5'de verilmiştir. Şekilde 1.Eğri'nin altındaki bölgeden seçilen  $A$  ve  $\bar{\alpha}$  değerlerine sahip tüpler her zaman elastik davranış göstermektedirler. 1.Eğriden seçilen değerlerde akma  $\tau = 1.839$

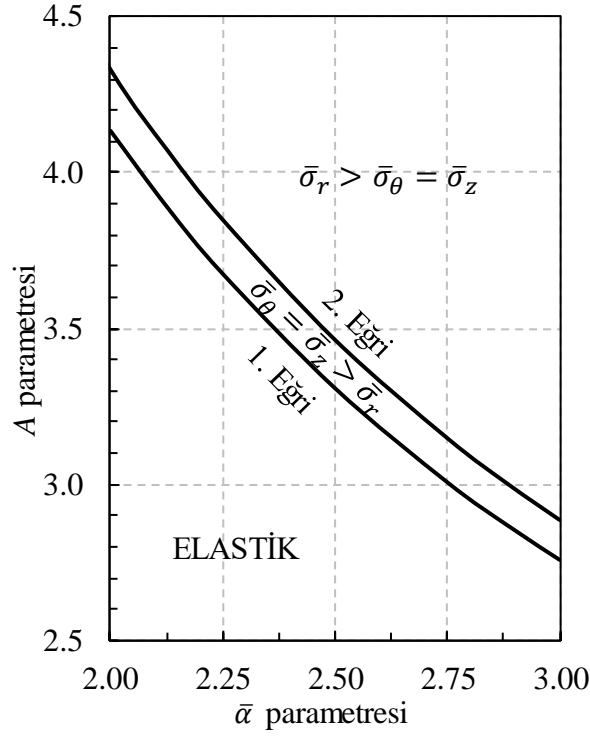
anında ve  $\bar{\sigma}_\theta (= \bar{\sigma}_z) > \bar{\sigma}_r$  gerilme durumunda, 2. Eğriden seçilen değerlerde ise  $\tau = 0.256$  anında ve  $\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_\theta (= \bar{\sigma}_z)$  gerilme durumunda başlamaktadır. Her iki eğrinin üstünde kalan bölgelerden seçilen değerlerde ise akma yukarıda bahsedilen gerilme durumlarında ve belirtilen zamanlardan daha erken bir zaman değerinde başlayacaktır. Şekil 6'da her iki Eğri üzerinden seçilen parametreler için elastik limit durumlarındaki gerilme ve yer değiştirme dağılımlarına örnek verilmiştir.



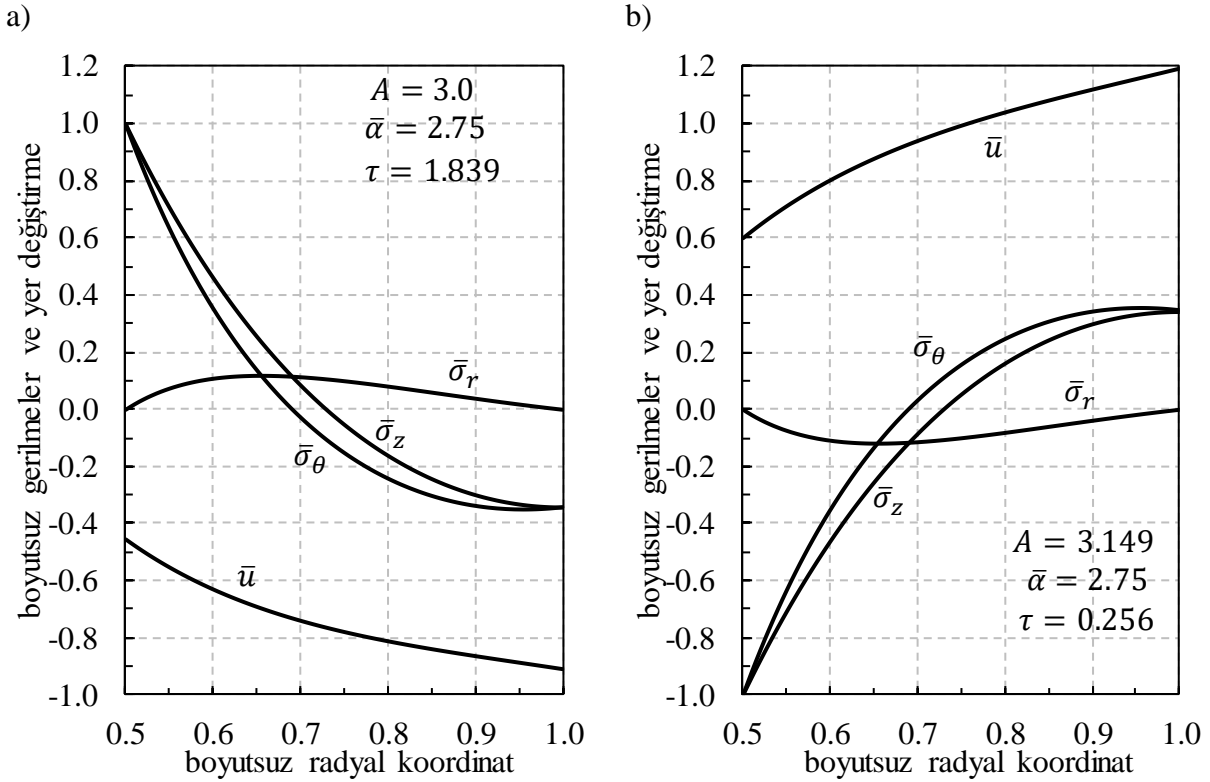
Şekil 3.  $\tau = 0.25$  ve  $\tau = 1.5$  anlarında gerilme ve radyal yer değiştirme dağılımları



Şekil 4. İç yüzeyde eşdeğer gerilmenin zamanla değişimi



Şekil 5. Elastik limit ve akma başlangıç davranışlarını belirleyen  $A$  ve  $\bar{\alpha}$  değerleri



Şekil 6. Gerilme ve yer değiştirme dağılımları, a) 1. Eğri üzerinde, b) 2. Eğri üzerinde

## SONUÇLAR

İç yüzeyinden zamanla sönümlenen periyodik sıcaklık etkisindeki tüplerin termoelastik limit davranışları incelenmiştir. İç yüzey sıcaklığını tanımlayan fonksiyon  $F(\tau) = A\tau e^{-\tau/2} \cos \tau$  şeklinde seçilmiştir. İç yüzeyden periyodik olarak ısıtılırken dış yüzeyi yalıtılmış tüpün sıcaklık dağılımı, ısı transferi probleminin Duhamel teoremi ile çözülmesiyle elde edilmiştir. Tüpün yeteri kadar uzun olduğu kabulüyle problem genelleştirilmiş düzlem gerilme durumunda ele alınmış, akma durumunun belirlenmesinde Tresca akma kriteri kullanılmıştır.

Maksimum ve minimum asal gerilmeler arasındaki farkın daima iç yüzeyde meydana geldiği görülmüştür. Dolayısıyla akma her zaman iç yüzeyden başlamaktadır. Ayrıca akma başlangıcında  $\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_\theta (= \bar{\sigma}_z)$  ve  $\bar{\sigma}_\theta (= \bar{\sigma}_z) > \bar{\sigma}_r$  olmak üzere iki farklı gerilme durumunun olabileceği belirlenmiştir. Bu gerilme durumlarını oluşturacak  $A$  ve  $\bar{\alpha}$  değerleri belirlenmiştir. Bu gerilme durumlarının belirlenmesi tüplerin plastik davranışlarının belirlenmesi bakımından önemlidir.

## KAYNAKLAR

- [1] W.D. Hahn, M.N. Özisık, *Heat Conduction*, John Wiley & Sons, 2012.
- [2] D.W.A. Rees, *The Mechanics of Solids and Structures*, McGraw-Hill, London, New York, 1990.
- [3] R.B. Hetnarski, M.R. Eslami, *Thermal Stresses - Advanced Theory and Applications*, Springer, Netherlands, 2009.
- [4] A. Kandil, A.A. El-Kady and A. El-Kafrawy, Transient thermal stress analysis of thick-walled cylinders, *International Journal of Mechanical Sciences*, 37 (1995) 721-732.
- [5] A. Kandil, Analysis of thick-walled cylindrical pressure vessels under the effect of cyclic internal pressure and cyclic temperature, *International Journal of Mechanical Sciences*, 38 (1996) 1319-1332.
- [6] A.E. Segall, Thermoelastic analysis of thick-walled vessels subjected to transient thermal loading, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 123 (2001) 146-149.
- [7] H. Mahmoudi and G. Atefi, Analytical solution for thermal stresses in a hollow cylinder under periodic thermal loading, *Journal of Mechanical Engineering Sciences*, 226 (2012) 1705-1724.
- [8] X. Lu, P. Tervola, M. Viljanen, Transient analytical solution to heat conduction in composite circular cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 (2006) 341-348.
- [9] V. Radu, N. Taylor, E. Paffumi, Development of new analytical solutions for elastic thermal stress components in a hollow cylinder under sinusoidal transient thermal loading, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 85 (2008) 885-893.
- [10] Y. Kaya and A. N. Eraslan, Thermoelastic response of a long tube subjected to periodic heating, *Math. Sci. Appl. E-Notes*, 2 (2014) 14-27.
- [11] S. Timoshenko, J.N. Goodier, *Theory of Elasticity*, New York, McGraw-Hill, 1970.
- [12] A.C. Ugural, S.K. Fenster, *Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity*, Prentice-Hall, 2012.